ПРИМЕРЕН ТЕСТ

за самостоятелна подготовка

Тема „*Измерителни единици. Измервания на физични величини и обработка на резултатите от измерванията*"

Задачи:

1. Интензитетът I на вълна, разпространяваща се в материална среда, се дава от формулата

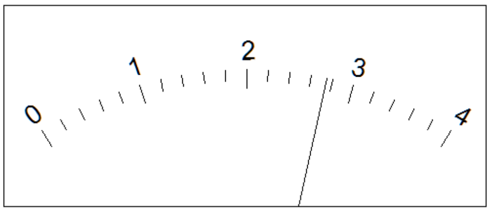
$$I = 2\pi^2 \rho V f^2 A^2$$

където ρ е плътността на средата, V е скоростта на разпространение на вълната, а f и A са, съответно, честотата и амплитудата на трептение на частиците от средата..

(а) Изразете мерната единица на I чрез основните измерителни единици в система SI.

(б) Пресметнете амплитудата на трептене на въздушните молекули за звукова вълна във въздух при условие, че $\rho = 1{,}2\, kg/m^3$, $V = 343\, m/s$, $f = 1\, kHz$ и $I = 1\, W/m^2$ (това е т. нар. праг на болка при чуване).

2. На фигурата е показана скалата на амперметър, като стрелката показва стойността на измервания ток. Обхватът на амперметъра е 1 А.



(а) Определете константата на уреда, приборната и абсолютната грешка на измерването.

(б) Отчетете стойността на тока, определете относителната грешка и запишете резултата от измерването в двата варианта - с абсолютната и с относителната грешка

3. При изследване на закона на Хук е измерено 10 пъти удължението на стоманена нишка δl в резултат от опъването ѝ с една и съща сила. Получените резултати са показани в таблицата. Приборната грешка на измервателния уред е 10 μm.

№ на опита	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
δl, μm	320	360	350	370	330	340	350	360	370	320

(а) Определете резултата от измерването.

(б) Определете комбинираните абсолютна и относителна грешка на измерването

(в) Запишете крайния резултат в двата варианта - с абсолютната и с относителната грешка

4. Топлинната мощност, отделяна в резистор (котлон), е косвено измерена по формулата

$$P = \frac{U^2}{R}$$

където U е напрежението върху резистора, а R е съпротивлението му. Напрежението и съпротивлението са измерени пряко и за тях са получени следните стойности – $U = (223 \pm 1)$ V и $R = (48 \pm 1)\ \Omega$.

(а) Определете измерената стойност на P, както и абсолютната и относителна грешка на измерването ѝ.

(б) Запишете крайния резултат в двата варианта - с абсолютната и с относителната грешка

5. При включване на транзистор е измерван тока през него в различни моменти от време t. Получените експериментални стойности са показани в таблицата

t, μs	0	0,1	0,2	0,5	1	2	3	4	5	6
I, A	0	0,48	0,9	1,97	3,16	4,3	4,75	4,91	4,97	4,99

(а) Начертайте графика на зависимостта $I(t)$.

(б) Определете интервала от време, за който тока нараства от 0,1 до 0,9 пъти от максималната си стойност.

Отговори:

Задача 1:

Забележка: *Тази задача има за цел да се упражнят работата с измерителните единици в система SI и уменията за пресмятане, особено, когато се работи със стойности много по-големи или много по-малки от единица. Необходимо е внимателно да се прочетат раздели 1, 5 и 6 от Упътването.*

1(а):

Ако с [A] обозначаваме единицата, с която се измерва физичната величина A, то, следвайки правилата от Раздел 1 на Упътването, получаваме

$$[I] = [2\pi^2].[\rho].[V].[f]^2.[A]^2$$

Тъй като $2\pi^2$ е число т.е. безразмерна величина, то замествайки единиците на останалите величини в дясната страна ще имаме

$$[I] = \frac{kg}{m^3}.\frac{m}{s}.\frac{1}{s^2}.m^2 = \frac{kg}{s^3}$$

Отговор 1(а): $[I] = \dfrac{kg}{s^3}$

(Забележка: Този резултат е верен, но в практиката интензитетът винаги се мери в единици W/m^2. Всъщност няма противоречие, тъй като, действайки по горния начин и използвайки, например, формулата за кинетична енергия, получаваме

$$1\,J = 1\,kg\frac{m^2}{s^2} \quad \Rightarrow \quad 1\,W = 1\frac{J}{s} = 1\,kg\frac{m^2}{s^3} \quad \Rightarrow \quad 1\frac{W}{m^2} = 1\frac{kg}{s^3}$$)

1(б):

От формулата за I изразяваме A и получаваме

$$A = \sqrt{\frac{I}{2\pi^2\rho V f^2}} = \sqrt{\frac{1}{2.\pi^2.1{,}2.343.10^6}} \approx 1{,}1.10^{-5}\,m$$

Отговор 1(б): $A = 1{,}1.10^{-5}$ m = 11 μm

Задача 2:

Забележка: *Тази задача има за цел да се упражни работата с измерителните прибори и методите за оценка на грешката при преките измервания. Необходимо е внимателно да се прочетат раздели 2 и 3 от Упътването.*

2(а):

Константа на прибора – k : По дефиниция тя е стойността на едно най-малко деление на скалата и е равна на обхвата, разделен на броя най-малки деления. Получаваме

$$k = \frac{1}{20} = 0{,}05\ A$$

Приборна грешка - $\Delta I_{пр}$*:* При добре калибриран прибор, като правило, се приема, че приборната грешка е равна на половината от константата, а при съмнения в калибровката – на самата константа. Приемайки, че приборът е добре калибриран, получаваме

$$\Delta I_{np} = k/2 = 0{,}025\ A$$

Абсолютна грешка - ΔI *:* В случая имаме еднократно измерване и единствения фактор, който влияе на точността на измерването е приборната грешка. Следователно

$$\Delta I = \Delta I_{np} = 0{,}025\ A$$

2(б):

От графиката се вижда, че показанието на стрелката е в интервала от стойности между 0,65 A и 0,7 A. Следвайки правилата, за измерена стойност приемаме средата на интервала т. е. измерената стойност на тока е

$$\bar{I} = 0{,}675\ A$$

Следователно, относителната грешка на измерването е

$$\varepsilon = \frac{\Delta I}{\bar{I}}.100 = \frac{0{,}025}{0{,}675}.100 \ \approx\ 3{,}7\ \%$$

Като краен резултат от измерването получаваме

I = (0,675 ± 0,025) A (резултат с абсолютна грешка)

или

I = 0,675 A ± 3,7 % (резултат с относителна грешка)

Задача 3:

Забележка: *Тази задача има за цел да се упражни обработката на резултатите от измерванията при наличие на случайни грешки и оценката на комбинираните грешки на измерванията. Необходимо е внимателно да се прочете раздел 3 от Упътването.*

Фактът, че при идентични измервания получаваме различаващи се резултати (стойности) показва, че в хода на измерването влияят случайни фактори, които внасят случайна грешка. За оценката ѝ и за намиране на резултата от измерването използваме метода на Гаус, следвайки описаната в Упътването процедура. Ако организираме резултатите от обработката в таблица, получаваме

№	**δl_j, μm**	**$\Delta(\delta l)_j = \delta\bar{l} - \delta l_j$, μm**	**$\Delta(\delta l)_j^2$, μm^2**
1	320	27	729
2	360	-13	169
3	350	-3	9
4	370	-23	529
5	330	17	289
6	340	7	49
7	350	-3	9
8	360	-13	169
9	370	-23	529
10	320	27	729
	$\delta\bar{l} = 347\ \mu m$		$\sum_j \Delta(\delta l)_j^2 = 3210$

От получените резултати определяме:

Резултат от измерването: $\delta\bar{l} = 347\ \mu m$

Случайна грешка при измерването: $$\Delta(\delta l)_{сл} = \sqrt{\frac{\sum_j \Delta(\delta l)_j^2}{N.(N-1)}} == \sqrt{\frac{3210}{10.9}} \approx 6\ \mu m$$

Тъй като от условието следва, че освен случайна имаме и приборна грешка, то абсолютната грешка на измерването ще бъде комбинация от двете. Двете грешки (случайната и приборната) са независими и, поради това, абсолютната грешка може да се намери по формулата за комбинирана грешка. Получаваме

$$\Delta(\delta l) = \sqrt{\Delta(\delta l)_{пр}^2 + \Delta(\delta l)_{сл}^2} = \sqrt{10^2 + 6^2} \approx 12\ \mu m$$

Оттук вече можем да намерим и относителната грешка на измерването

$$\varepsilon = \frac{\Delta(\delta l)}{\delta \bar{l}}.100 = \frac{12}{347}.100 \approx 3{,}5\ \%$$

и да запишем резултата от измерването в двата варианта

$\delta \bar{l}$ = (347 ± 12) μm (резултат с абсолютна грешка)

$\delta \bar{l}$ = 347 μm ± 3,5 % (резултат с относителна грешка)

Задача 4:

Забележка: *Тази задача има за цел да се упражни обработката на резултатите при косвените измервания на физични величини. Необходимо е внимателно да се прочете раздел 4 от Упътването.*

От условието определяме стойностите и абсолютните грешки на U и R.

$$\bar{U} = 223\,V \quad ; \quad \Delta U = 1\,V$$

$$\bar{R} = 48\,\Omega \quad ; \quad \Delta R = 1\,\Omega$$

Стойността на P определяме като заместим стойностите на U и R във формулата. Получаваме

$$\bar{P} = \frac{\bar{U}^2}{\bar{R}} = \frac{(223)^2}{48} = 1036\,W$$

От условието следва, че измерването на P е косвено и, следователно, грешката на P ще бъде определена от грешките на U и R. Тъй като формулата, изразяваща P чрез U и R, включва деление и степенуване, то по-лесно е първо да се намери относителната грешка на P. Следвайки правилата от раздел 4 на Упътването, получаваме

$$\frac{\Delta P}{\bar{P}} = \frac{\Delta R}{\bar{R}} + 2\frac{\Delta U}{\bar{U}} = \frac{1}{48} + 2\frac{1}{223} \approx 0{,}03$$

Следователно, относителната грешка на P ще бъде

$$\varepsilon = \frac{\Delta P}{\bar{P}}.100 = 3\ \%$$

Определяме абсолютната грешка на P

$$\Delta P = \bar{P}.\frac{\Delta P}{\bar{P}} = 1036.0{,}03 \approx 31\,W$$

и записваме резултата от измерването в двата варианта

P = (1036 ± 31) W (резултат с абсолютна грешка)

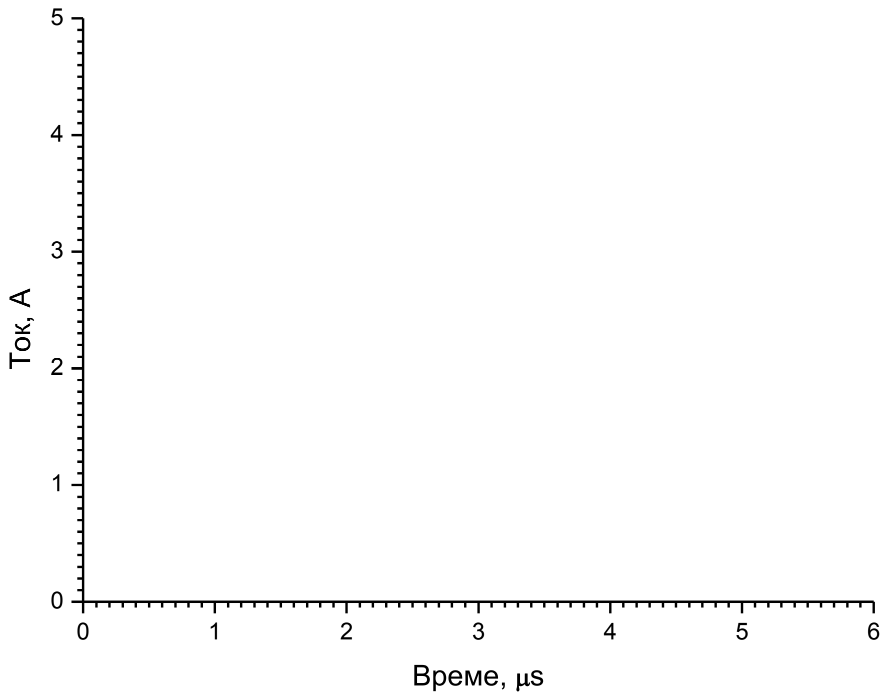
P = 1036 W ± 3 % (резултат с относителна грешка)

Задача 5:

Забележка: *Тази задача има за цел да се упражни графичното изобразяване на експериментални зависимости и използването им за измервания и оценки. Необходимо е внимателно да се прочете раздел 8 от Упътването.*

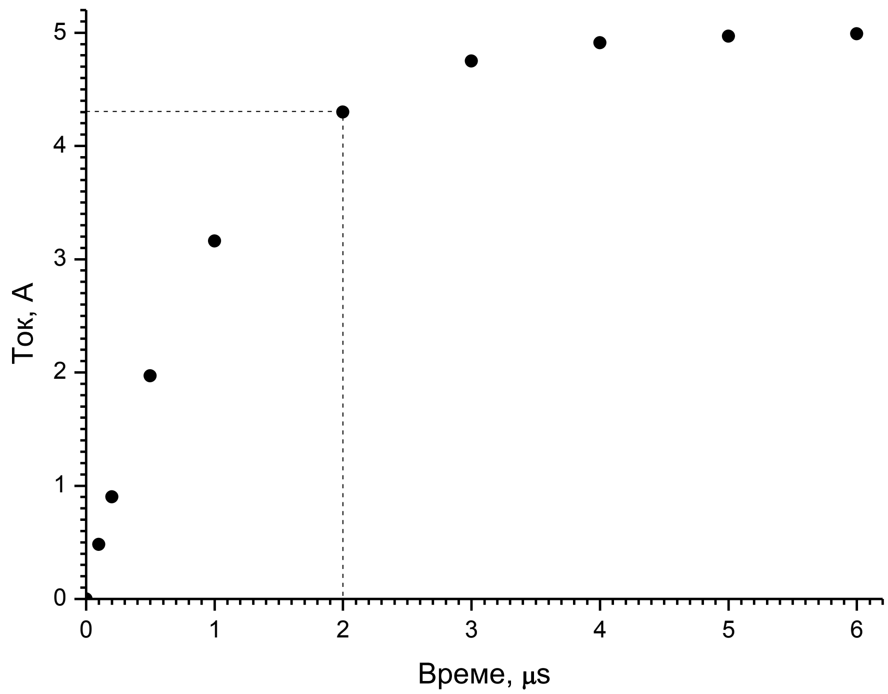
В реалният тест, който трябва да бъде направен от всеки студент, отговорът на тази задача трябва да съдържа само окончателната графика и отчетения от нея резултат. Тъй като, обаче, този примерен тест е помощен материал, то целесъобразно е построяването на конкретната графика и отчитането от нея да се проследи стъпка по стъпка.

Стъпка 1: От данните в таблицата се вижда, че за да изобразим зависимостта $I(t)$ можем да използваме равномерен мащаб на осите, като по абцисата трябва да се нанасят стойностите на t (аргумента), а по ординатата – стойностите на I (функцията). Скалите по двете оси определяме от интервала на стойностите, които ще трябва да се нанасят по тях. От таблицата се вижда, че по абцисата (времето t) ще трябва да се нанесат стойности в интервала [0, 6 μs], а по ординатата (тока I) – стойности в интервала [0, 5 A]. Ако графиката се прави на милиметрова хартия, то най-просто е да се изберат същите (или кратни !) дължини на съответните оси, мерени в сантиметри т.е , например, абциса с дължина 6 cm и ордината с дължина 5 cm. При такова построение 1 cm (едно голямо деление) от абцисата ще отговаря на 1 μs, а един cm (едно голямо деление) от ординатата ще отговаря на 1 A. Резултатът е показаната фигура, която всъщност представлява двукоординатна система за времето t и тока I.

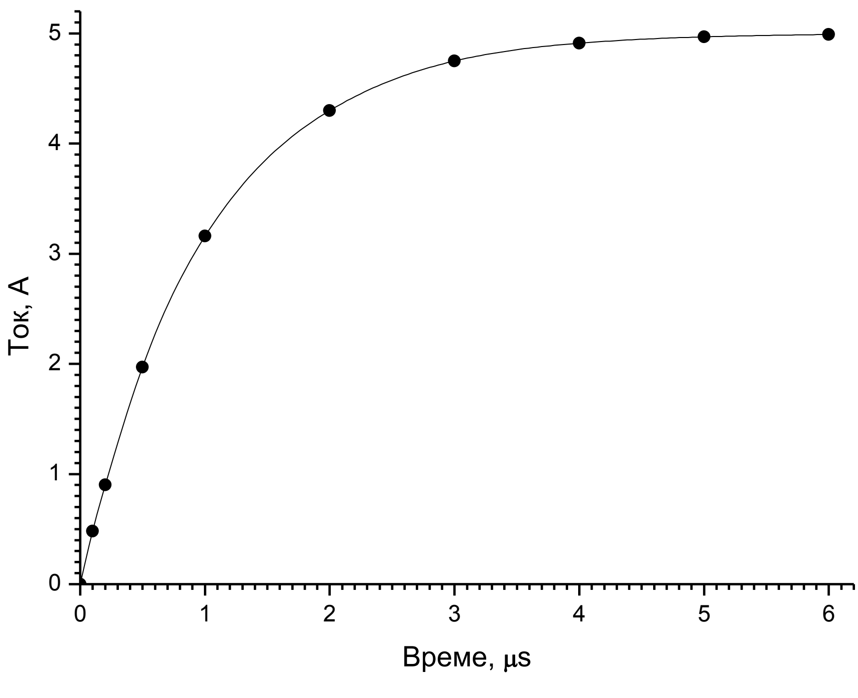


Стъпка 2: Нанасят се експерименталните данни в така построената координатна система, като се има предвид, че всяка двойка стойности (t, I) от експерименталните данни определя точка от координатната система. За да изобразим например точката, която съответства на данните t = 2 μs, I = 4,3 A, действаме по следния начин. Прекарваме права, перпендикулярна на абцисата и отстояща на 2 μs (2 cm) от координатното начало и друга права, перпендикулярна на ординатата

и отстояща на 4,3 A (4,3 cm) от координатното начало. Пресечната точка на двете прави е точно точката, която съответства на данните $t = 2$ μs, $I = 4{,}3$ A. Отбелязваме я с някакъв символ (кръгче, кръстче и т.н.) и по същата схема построяваме и останалите експериментални точки. Резултатът е показаната по-долу графика



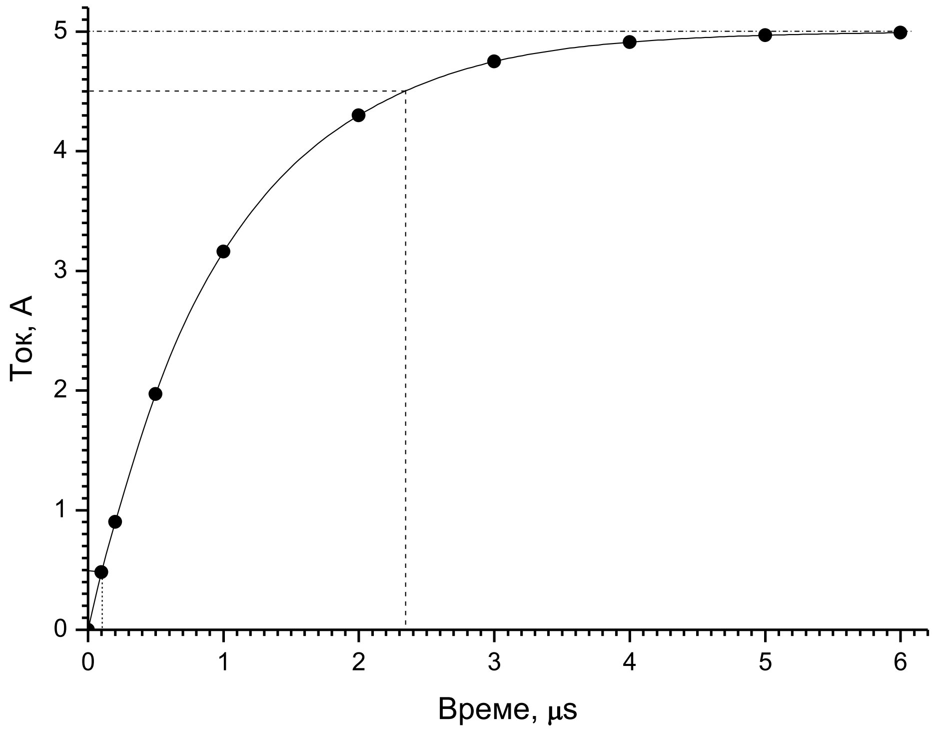
Стъпка 3: Свързваме експерименталните точки с плавна крива, която всъщност е търсената графика на функцията *I (t)*. Резултатът е следващата фигура.



Стъпка 4: За да направим необходимото отчитане трябва да се определят максималната стойност на тока I_{max} и моментите от време, в които той достига стойности 0,1 I_{max} и 0,9 I_{max}. От горната графика се вижда, че с течение на времето токът се установява на стойност 5 A т.е. I_{max} = 5 A. Следователно

$$0{,}1\ I_{max} = 0{,}5\ \text{A} \qquad ; \qquad 0{,}9\ I_{max} = 4{,}5\ \text{A}$$

За да определим моментите от време, в които токът достига стойности, съответно, 0,5 A и 4,5 A, прекарваме прави, перпендикулярни на ординатата и отстоящи на 0,5 A (0,5 cm) и 4,5 A (4,5 cm) от координатното начало. Намираме пресечните точки на тези прави с графиката на *I (t)* и от тях пускаме вертикални прави към абцисата. Пресечните точки на двете вертикални прави с абцисата ни определят моментите от време, в които токът достига стойности, съответно, 0,5 A и 4,5 A. Тази процедура е показана на следващата графика



От нея се вижда, че $t_{0,1} \approx 0{,}1$ μs и $t_{0,9} \approx 2{,}3$ μs , така че търсеното време за нарастване на тока е

$$\Delta t = t_{0,9} - t_{0,1} \approx 2{,}2\ \mu\text{s}$$

Както бе споменато по-горе, при отговора на тази задача в реалните тестове са достатъчни само последната графика и направеното по нея отчитане.